Universidad de la República
Facultad de Ciencias Económicas y Administración
Microeconomía Avanzada
Notas Docentes

Incertidumbre e información

Andrés Pereyra

1. TOMA DE DECISIONES BAJO INCERTIDUMBRE[1]

Ya se ha analizado el curso la teoría de la decisión de individual en situaciones de certidumbre. Los individuos deciden sobre conjuntos de bienes, se realizan supuestos de completitud, reflexividad y transitividad de las preferencias y estas preferencias se pueden representar por funciones de utilidad ordinales.

Muchas decisiones se realizan sin conocer las consecuencias exactas de dicha decisión al momento de que son tomadas. En este caso se deben hacer supuestos especiales que nos permitan aproximarnos a las preferencias de los consumidores acerca de los bienes de los que no tienen conocimiento perfecto de sus características. La teoría básica es la propuesta por Von Neumann y Morgenstern y que se denomina teoría de la utilidad esperada. La misma modeliza la incertidumbre como una función de probabilidad definida sobre los posibles valores de las variables inciertas y que los individuos deciden según la alternativa que les brinda mayor utilidad esperada.

El soporte es el conjunto de valores posibles de la variable incierta. Sobre este soporte se define la distribución de probabilidad, que asigna un valor a cada elemento del soporte. La suma de las probabilidades debe ser 1. Los distintas distribuciones de probabilidad se denominan también loterías. Aplicado a la teoría del consumidor (caso de dos consumidores) ya no se definen las preferencias sobre el conjunto de canastas posibles (x1, x2) sino sobre las posibles loterías definidas sobre estas canastas (p1,p2), que son distribuciones de probabilidad de consumir cada combinación de bienes.

Suponer que las loterías tienen soportes infinitos puede traer problemas importantes (juego de Allais)

La descripción de las probabilidades viene incorporadas al objeto, esto es, son objetivas. Dos individuos no pueden tener, en esta teoría, distribuciones de probabilidad distintas.

Si tengo dos funciones de distribución, puedo formar una nueva función de distribución. El soporte de la nueva función de distribución es la unión de la funciones de distribución iniciales; se habla en este caso de loterías compuestas. Veamos un ejemplo:

Ejemplo

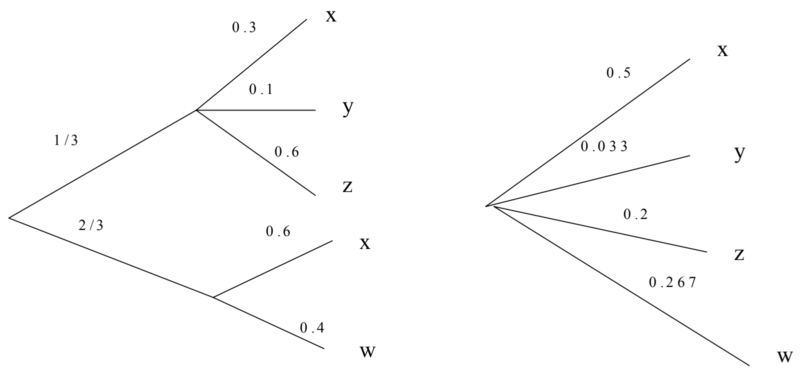
Tengo dos distribuciones de probabilidad. La primera que denomino *p*, asigna valores 0.3, 0.1 y 0.6 a las alternativas *x, y* y *z*. La distribución q asigna valores 0.4 y 0.6 a las alternativas x y w. La nueva distribución o lotería se define como 1/3p + 2/3q. La misma especificará una probabilidad para x de 1/3*0.3+2/3*0.6=0.5; una probabilidad para *y* de

[1] La fuente principal de este apartado de las Notas es Kreps, *A Course in Microeconomic Theory*.

1/3.1+2/3*0=0.33; una probabilidad para z de 1/3*0.6+2/3*0=0.2; una probabilidad para w de 1/3*0+2/3*0.4=0.267.

Esta propiedad permite visualizar las loterías enganchadas en loterías en un solo movimiento. Veamos un ejemplo:

Ejemplo



Se definen preferencias sobre el conjunto de todas la loterías P definidas en el conjunto X (se definen preferencias sobre las distribuciones de probabilidad que definidas en un cierto soporte)

Supuestos sobre las preferencias $\succ$ (se definen también las relaciones de preferencia débil e indiferencia)

- ✓ $\succ$ es transitiva.
- ✓ Suponga p y q son dos loterías tal que $p \succ q$. Suponga que r es otra lotería y alpha un real entre cero y uno. Se cumple que $\alpha p + (1-\alpha)r \succ \alpha q + (1-\alpha)r$.
- ✓ Suponga p, q y r tres loterías. Existen alpha y beta, ambos reales entre cero y uno, tales que $\alpha p + (1-\alpha)r \succ q \succ \beta p + (1-\beta)r$

Una relación de preferencia definida en el conjunto P de las relaciones simples de probabilidad definidas en un espacio X, satisface los supuestos anteriores si y solo si existe una función
U: X→ R tal que $p \succ q \; si \; y \; solo \; si \sum_{x \in soporte(p)} U(x)p(x) > \sum_{x \in soporte(q)} U(x)q(x)$.

Dicho de otro modo, las preferencias tienen una representación por parte de una función de utilidad esperada. Además esta función de utilidad es única, salvo transformaciones lineales de la misma. Esto es lo que se conoce como representación de Von Neumann Morgentern de la función de utilidad.

La proposición establece una representación numérica para las preferencias en P; esto es, existe una función U: X→ R que cumple que $p \succ q$ solo si *U(p) > U(q).* Pero además va un paso mas adelante, que es afirmar que esta función tiene la forma de utilidad esperada en los precios.

En la teoría del consumidor, las preferencias eran representadas por una función de utilidad bajo ciertos supuestos y toda transformación monótona de dicha función de utilidad también representaba las mismas preferencias. En el caso de las funciones de utilidad Von Neumann Morgenstern las mismas pueden ser transformadas de modo de que la nueva función represente las mismas preferencias solamente mediante una transformación lineal *(v=a+bu)* que es un caso de transformación monótona; pero no toda transformación monótona lleva al mismo resultado en este caso.

Debe notarse que esta representación de las preferencias tiene implicancias cardinales, a diferencia de las funciones de utilidad de la teoría clásica del consumidor. Por ejemplo, si tengo tres canastas de bienes, *x, x´* y *x´´*. Si defino las utilidades sobre las canastas de bienes (teoría clásica del consumidor), entonces decir que *U(x)-U(x´´)=2 U(x´)-U(x´´)>0* no dice que *x´´* sea sea dos veces mejor que *x*. Solo dice que x es preferido a x´ y esta preferida a x´´. Pero en el contexto de la teoría de la utilidad esperada que *U(x)-U(x´´)=2 U(x´)-U(x´´)>0* dónde en este caso *x, x´* y *x´´* son loterías definidas sobre las canastas de bienes tiene una interpretación cardinal, esto es, se interpreta que una lotería x´ es indiferente a una lotería que de x con probabilidad ½ y x´´ con probabilidad ½.

¿Los individuos se comportan de esta manera? A esta pregunta caben dos enfoques. Uno es probar si la racionalidad de los agentes se traduce en cumplir con los axiomas que dan lugar a la teoría. El último premio Nobel de economía trabajó en esta línea, básicamente para mostrar que los individuos no cumplen con los axiomas propuestos en su comportamiento real. Otro enfoque es generar hipótesis testeables en base a esta teoría y ver si las mismas se rechazan o no en la práctica; según este enfoque la validez de la teoría esta dada por su poder predictivo y no por el realismo de los supuestos. Se trata de una discusión epistemológica que supera el alcance de este curso.

Riesgo

Se van a mencionar algunas herramientas útiles en lo que se denomina economía de la incertidumbre.

Se supone que los agentes se comportan según las hipótesis de la teoría de la utilidad esperada, pero además que el soporte sobre el que se definen las distribuciones son cantidades de dinero.

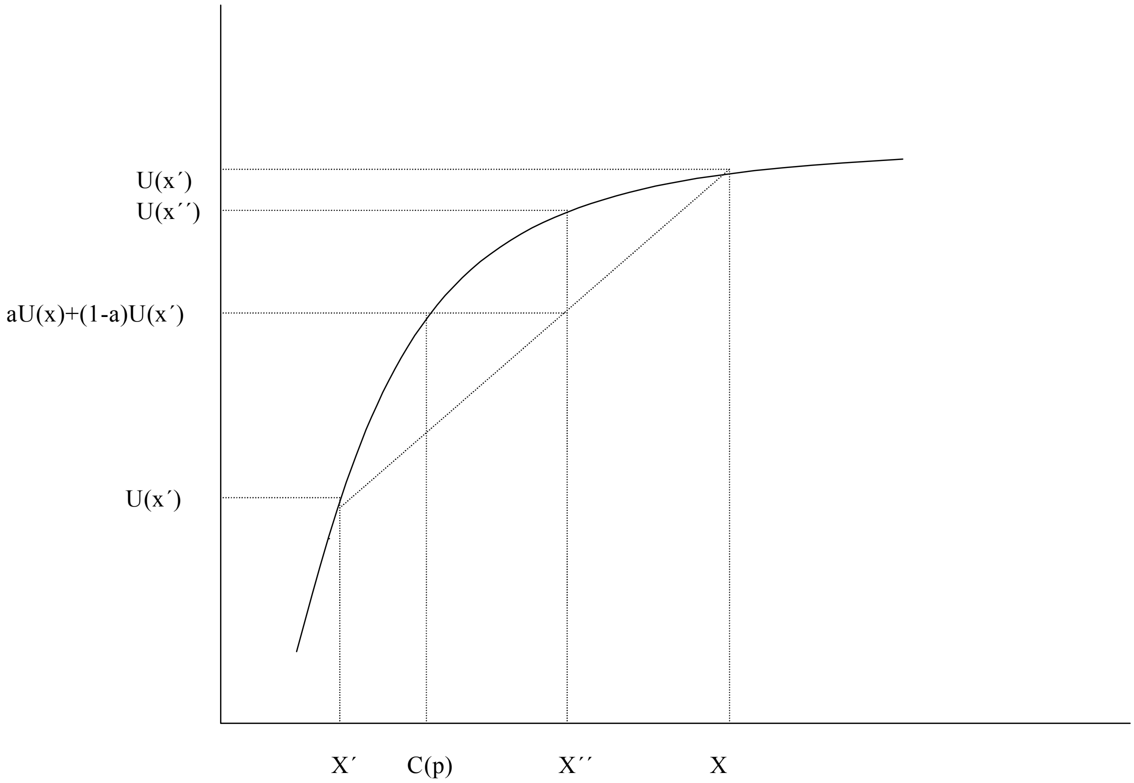
Defino *d(x)* a la lotería que me da de forma segura *x*. Si *Ep* es el valor esperado de la lotería *p*, entonces *d(Ep)* es la lotería que me da de forma segura el valor esperado de la lotería *p*.

Preferencias ante el riesgo. Un agente es averso al riesgo si prefiere d(Ep) a p. En palabras, prefiere que le den de forma segura el valor esperado de la lotería que jugarla. si el sentido de la preferencia es el opuesto se le dice amante del riesgo. Si el agente es indiferente entre jugar la lotería y recibir el valor esperado de la misma, entonces es neutral al riesgo.

Se puede demostrar que si para todas las loterías *p*, *d(Ep)* es preferida a *p*, entonces la función de utilidad del individuo es cóncava.

En el gráfico que sigue se representa una función de utilidad cóncava, que como se indicó representa las preferencias de un agente averso al riesgo. Suponga dos loterías que consisten en dar por cierta una cantidad x y x´. Se trataría de las loterías d(p) y d(p´). Se las representa en el gráfico por x y x´, y se representa también la utilidad que le generan al individuo. Imagínese otra lotería p que puede ser obtener x con probabilidad a y x´ con probabilidad 1-a. El valor esperado de esta lotería es x´´=ax+ (1-a)x´. La cuestión es que prefiere el individuo, la lotería p o la cantidad segura x´´ que es el valor esperado de la lotería p, d(Ep). Obtener x´´ de forma segura le da una utilidad U(x´´)=U ax+ (1-a)x) mientras que jugar la lotería le da una utilidad de aU(x)+(1-a)U(x´) que es menor por concavidad de la función de utilidad.

Esta propiedad se puede extender a todas las loterías, no solo a aquellas de soporte de tamaño 2. Por lo tanto, suponer concavidad de la función de utilidad es suficiente para incorporar el supuestos de aversión al riesgo.



Se puede conocer adicionalmente, a partir de la función de utilidad, lo que se denomina equivalentes ciertos (*certainty equivalents*). Se trata de una cantidad de dinero a recibir de forma cierta que el individuo considera indiferente a jugar una cierta lotería. En el caso graficado, la lotería le daría una utilidad de aU(x)+(1-a)U(x´); para el individuo, jugar esta lotería es indiferente a recibir C(p) de forma cierta. C(p) es el equivalente cierto, esto es, el equivalente en términos de una cantidad a recibir de forma cierta, de la lotería. Son equivalentes porque le dan al individuo la misma utilidad.

<u>Premio al riesgo</u>. Dada una lotería p, Ep es su valor esperado y C(p) su equivalente cierto. Se define como premio al riesgo (*risk premium*) a la diferencia Ep – C(p).

Aversión al riesgo absoluta y relativa. Una cuestión importante es como reaccionan los individuos ante el riesgo cuando aumenta su riqueza. Planteado de otro modo, es importante en la modelización si los individuos a medida que son mas ricos se comportan igual antes el riesgo que cuando eran más pobres. Para ello se mide la aversión al riesgo crece o decrece con la riqueza. Se utilizan dos medidas de la aversión al riesgo, la aversión relativa y la aversión absoluta.

El coeficiente de aversión absoluta al riesgo se define como $\lambda(x) = \frac{u''(x)}{u''(x)}$. La función u debe ser continua, diferenciable y estrictamente creciente.

Un consumidor es no-crecientemente averso al riesgo si y solo si el coeficiente de aversión absoluta al riesgo es una función no-creciente de x. Un consumidor es no-decrecientemente averso al riesgo si y solo si el coeficiente de aversión absoluta al riesgo es una función no-decreciente de x. Un consumidor es tiene una aversión al riesgo constante si y solo si el coeficiente de aversión absoluta al riesgo es una función constante de x. En este último caso la función de utilidad del consumidor es $-e^{-\lambda x}$ o una transformación lineal positiva de la misma.

Este coeficiente nos puede servir para comparar aversiones al riesgo relativas entre dos agentes. Un consumidor es al menos tan averso al riego como otro si su aversión absoluta al riesgo es mayor o igual que la del segundo.

La aversión relativa al riesgo se define como $\lambda(x) = -x\frac{u''(x)}{u''(x)}$

La teoría no impone necesariamente restricciones acerca de las funciones de aversión al riesgo. No obstante, se supone en general que la aversión absoluta al riesgo disminuye con la riqueza. Este supuesto en la intuición por una parte, y en el hecho de que es compatible con las observaciones de comportamiento racional de los individuos. El tema desborda la introducción que se pretende dar en estas notas.

Se recomiendan los textos de Kreps para un abordaje acorde al curso y Laffont para un tratamiento formal muy bueno.

2. JUEGOS CON INFORMACIÓN INCOMPLETA O IMPERFECTA

En los juegos con información completa, todos los jugadores conocen, en particular, la utilidad que los otros pueden obtener; este conocimiento es fundamental para obtener los equilibrios de Nash. Enfocaremos ahora el estudio a juegos con información incompleta. Supondremos, sin pérdida de generalidad, que los jugadores están incompletamente informados acerca de la utilidad que obtienen los otros jugadores, pero que están completamente informados acerca del conjunto de estrategias de los mismos.

En teoría de juegos se distingue entre información imperfecta e información incompleta. El jugador tiene <u>información imperfecta</u> cuando no conoce lo que los otros jugadores hicieron antes. El jugador tiene información incompleta cuando no conoce las características precisas de los otros jugadores, por ejemplo sus preferencias, espacio de estrategias, etc.

Harsanyi introdujo un artificio analítico para transformar los juegos con información incompleta en juegos de información imperfecta. Este artificio consiste en la incorporación de un nuevo jugador, "la naturaleza", que elige las característica o "tipo" del jugador; todos los demás jugadores distintos del jugador en cuestión desconocen la elección tomada por la naturaleza, con lo que el juego se transforma en un juego de información imperfecta.

Las características, o "tipo" de un jugador contiene todo lo que es relevante para la toma de decisiones del jugador. Se supone que el "tipo" del jugador es una realización de una función de distribución. Esta función de distribución es conocimiento común (todos los jugadores la conocen, y todos saben que los demás la conocen, y...).

Los juegos con información incompletas se suponen jugados por jugadores "bayesianos", en el sentido de que los mismos tomarán en cuenta la información a-priori que tienen de los otros jugadores. La información es incompleta, y esta incompletitud se modeliza haciendo referencia al enfoque bayesiano (definición de los estados posibles de la naturaleza y la existencia de una distribución de probabilidad que al igual que en el enfoque bayesiano se denomina creencias acerca de los estados de la naturaleza). Esta modelización ha sido muy fructífera en el análisis de los mecanismos estratégicos asociados a la obtención y transmisión de la información.

En esta modelización, un jugador con información incompleta acerca de la utilidad de otro jugador, puede ser tratado como si existiera certeza acerca del tipo de jugador de que se trata, pero dónde un jugador artificial o "naturaleza" eligió el tipo del jugador en cuestión de acuerdo a una distribución de probabilidad. La incompletitud de la información se transforma entonces en incertidumbre acerca del movimiento de la naturaleza.

Una buena forma de pensar en un juego de información incompleta es un procedimiento en dos etapas:

- ✓ al principio del juego, la naturaleza elige una combinación de tipos de los jugadores; cada jugador aprende su propio tipo pero no el tipo de los otros jugadores.
- ✓ En la segunda etapa los jugadores eligen sus estrategias según su tipo y la distribución original de los tipos.

Dependiendo de la distribución de los tipos, un jugador puede aprender algo de los tipos de los otros jugadores a partir de la información de su propio tipo. Lo que hace el jugador es actualizar sus creencias a partir de la observación de su propio tipo. Este aprendizaje es conocido como aprendizaje bayesiano. Esta idea de modelar la situación como un juego en dos etapas con un movimiento de la naturaleza al principio proviene de la teoría estadística de la decisión[2].

La teoría de la decisión indica que la decisión se toma condicional a la señal que el decisor recibe. El resultado no es entonces un valor sino una función (función de decisión) que indica la acción óptima condicional a la señal o información que el agente recibe. De esta forma es apreciable la relación entre el enfoque de los juegos de información incompleta y la teoría de la decisión bayesiana. Si T es el conjunto posible de tipos, entonces T_{-i} es el conjunto de los posibles tipos de los otros jugadores y T_i es el conjunto de señales que recibe el jugador. El jugador elige una estrategia dependiente de su propio tipo.

Equilibrio de Bayes-Nash

Una vez que un jugador ha recibido información acerca de su propio tipo, elige una cierta estrategia para maximizar su utilidad esperada. Esta dependerá también de la elección de la estrategia de sus oponentes, la que variará con el tipo de los mismos. Como no conoce la estrategia de los oponentes, deriva una nueva apreciación de las probabilidades de que los oponentes sean de un cierto tipo, basados en la distribución de probabilidad original y en el conocimiento de su propio tipo.

La elección de la estrategia depende en su tipo, ya que determina su función de utilidad y su información acerca de la función de utilidad de los oponentes. Entonces está eligiendo un conjunto de estrategias dependiente del tipo, que no es mas que la función de decisión bayesiana. Dado que cada jugador elige la función de decisión que especifica su elección para cada tipo al que puede pertenecer, se puede aplicar el concepto de Equilibrio de Nash a estas funciones de decisión en vez de a una combinación simple de estrategias.

Ejemplo (de Eichberger, capítulo 5)

Existen dos empresas que constituyen un duopolio, y que los productos que venden están diferenciados pero son sustitutos. Por simplicidad se supone que las empresas no tienen costos de producción. Las funciones de demanda que enfrentan son las siguientes:

$$d_1(p_1, p_2) = \max\left\{0, a + 0.5\frac{p_2}{p_1} - p_1\right\}$$
$$d_2(p_1, p_2) = \max\{0, b + 0.5p_1 - p_2\}$$

Y las funciones de beneficio de cada firma son:

2 Se supone el estudiante conoce teoría bayesiana de la decisión de los cursos de Estadística.

$$\pi_1(p_1, p_2) = \left(a + 0.5\frac{p_2}{p_1} - p_1\right)p_1$$
$$\pi_2(p_1, p_2) = (b + 0.5p_1 - p_2)p_2$$

Los precios son p_1 y p_2 respectivamente, y constituyen las estrategias de los jugadores.

La empresa 1 no conoce el parámetro b de la demanda de la firma 2, y la empresa 2 no conoce el parámetro a de la demanda que enfrenta la empresa 1, motivo por el cual ninguna de las dos puede conocer el beneficio de su competidor.

Las empresas están entonces imperfectamente informadas acerca de los beneficios del competidor. Las empresas conocen la distribución de probabilidad de los tipos de mercados que enfrentan las firmas. Saben que el parámetro a de la demanda que enfrenta la empresa 1 puede ser a_H o a_L, mientras que el parámetro b puede tomar los valores b_H o b_L. Las empresas conocen además la distribución de estos valores

$$\mu(a_H, b_H) = 0.5$$
$$\mu(a_H, b_L) = \mu(a_L, b_H) = 0.125$$
$$\mu(a_L, b_L) = 0.25$$

Antes de conocer su tipo (en este caso los parámetros de la demanda que enfrentan), la empresa 1 considera que la probabilidad de que la firma 2 sea del tipo b_H o b_L es 0.625 o 0.375 respectivamente; simétrico razonamiento se aplica a la firma 2.

Al conocer su tipo (parámetro a o b según la empresa) las empresas revisan sus creencias acerca del tipo de la otra empresa utilizando la regla de Bayes.

Para la firma 1, conocer que a = a_H le permite recalcular las probabilidades de que la otra empresa sea b_H o b_L.

$$\mu_1^{''}(b_H / a_H) = \frac{\mu(a_H, b_H)}{\mu(a_H, b_H) + \mu(a_H, b_L)} = \frac{0.5}{0.5 + 0.125} = \frac{4}{5}$$
$$\mu_1^{''}(b_L / a_H) = \frac{\mu(a_H, b_L)}{\mu(a_H, b_H) + \mu(a_H, b_L)} = \frac{0.125}{0.5 + 0.125} = \frac{1}{5}$$

Y conocer que a = a_L le permite también recalcular las probabilidades de que la otra empresa sea b_H o b_L.

$$\mu_1^{..}(b_H / a_L) = \frac{\mu(a_L, b_H)}{\mu(a_L, b_H) + \mu(a_L, b_L)} = \frac{0.125}{0.125 + 0.25} = \frac{1}{3}$$
$$\mu_1^{..}(b_L / a_L) = \frac{\mu(a_L, b_L)}{\mu(a_L, b_H) + \mu(a_H, b_L)} = \frac{0.25}{0.125 + 0.25} = \frac{2}{3}$$

De forma simétrica, la firma 2 puede recalcular las probabilidades de que la firma a sea a_H o a_L dado que ella es de tipo b_H o b_L.

$$\mu_1^{..}(a_H / b_H) = \frac{\mu(a_H, b_H)}{\mu(a_H, b_H) + \mu(a_L, b_H)} = \frac{0.5}{0.5 + 0.125} = \frac{4}{5}$$
$$\mu_1^{..}(a_L / b_H) = \frac{\mu(a_L, b_H)}{\mu(a_H, b_H) + \mu(a_L, b_H)} = \frac{0.125}{0.5 + 0.125} = \frac{1}{5}$$

$$\mu_1^{..}(a_H / b_L) = \frac{\mu(a_H, b_l)}{\mu(a_H, b_L) + \mu(a_L, b_L)} = \frac{0.125}{0.125 + 0.25} = \frac{1}{3}$$
$$\mu_1^{..}(a_L / b_L) = \frac{\mu(a_L, b_L)}{\mu(a_h, b_l) + \mu(a_L, b_L)} = \frac{0.25}{0.125 + 0.25} = \frac{2}{3}$$

Es claro en el ejemplo, que los dos jugadores ganan información acerca del tipo de jugador que es la otra firma por el hecho de observar su propio tipo. Para la firma 1, conocer que es de tipo a_H, aumenta su creencia de que la otra firma es de tipo b_H (pasa de asignarle una probabilidad de 0.625 a asignarle una probabilidad de 0.8), ocurriendo lo contrario al conocer que es de tipo a_L (pasa de asignarle una probabilidad de 0.375 a asignarle una probabilidad de 0.2).

Para elegir la estrategia a jugar, cada jugador se supone elige una estrategia contingente, esto es, una función de decisión que sea la mejor respuesta a la función de decisión del otro jugador. Las funciones de decisión son:

$$p_1(.) = (p_1(a_H), p_1(a_L))$$
$$p_2(.) = (p_2(b_H), p_2(b_L))$$

La firma 1 considera la función de decisión de la empresa 2 como dada, aprende que es de tipo a_H, y estima su beneficio esperado, utilizando sus creencias a-posteriori del tipo de 2.

$$\pi_1(p_1, p_2(b_H), a_H)\hat{\mu_1}(b_H / a_H) + \pi_1(p_1, p_2(b_L), a_H)\hat{\mu_1}(b_L / a_H) =$$
$$= \left[\left(a_H + 0.5\frac{p_2(b_H)}{p_1} - p_1\right)p_1\right]0.8 + \left[\left(a_H + 0.5\frac{p_2(b_L)}{p_1} - p_1\right)p_1\right]0.2 =$$
$$= a_H p_1 + [0.4 p_2(b_H) + 0.1 p_2(b_L)] - p_1^2$$

Se busca entonces el máximo de esta función de beneficio esperado y se obtiene:

$$p_1(a_H) = 0.5a_H$$

Si la firma fuese de tipo a_L, llegaría por similar procedimiento a una función de mejor respuesta y la condición de primer orden de la maximización daría:

$$p_1(a_L) = 0.5a_L$$

Se concluye entonces que la firma 1 elige una estrategia contingente a su propio tipo pero no contingente al tipo del otro jugador. La idea es similar al concepto de estrategias dominantes.

La empresa 2 por su parte, si ve que es de tipo b_L, tendrá una función de mejor respuesta:

$$\pi_2(p_1(a_H), p_2, b_L)\hat{\mu_2}(a_H / b_L) + \pi_2(p_1(a_L), p_2, b_L)\hat{\mu_2}(a_L / b_L) =$$
$$= [(b_L + 0.5 p_1(a_H) - p_2)p_2]\frac{1}{3} + [(b_L + 0.5 p_1(a_L) - p_2)p_2]\frac{2}{3} =$$
$$= b_L p_2 + 0.5\left[\frac{1}{3} p_1(a_H) + \frac{2}{3} p_1(a_L)\right]p_2 - p_2^2$$

En este caso también se busca el máximo de esta función de beneficio esperado y se obtiene:

$$p_2(b_L) = 0.5\left(b_L + \left[\frac{1}{6} p_1(a_H) + \frac{1}{3} p_1(a_L)\right]\right)$$

Si la firma fuese de tipo b_H, llegaría por similar procedimiento a una función de mejor respuesta y la condición de primer orden de la maximización daría:

$$p_2(b_H) = 0.5(b_L + [0.4 p_1(a_H) + 0.1 p_1(a_L)])$$

Para encontrar el equilibrio de Bayes – Nash debemos resolver el sistema de ecuaciones compuesto por las 4 ecuaciones de mejor respuesta. La solución es:

$$p_1^*(a_H) = 0.5a_H$$
$$p_1^*(a_L) = 0.5a_L$$
$$p_2^*(b_H) = 0.1a_H - 0.25a_L + 0.5b_H$$
$$p_2^*(b_L) = \frac{1}{24}a_H - \frac{1}{12}a_L + 0.5b_L$$

El ejemplo muestra como computar el equilibrio de Bayes – Nash, y permite ver que incluso con dos jugadores la solución se vuelve tediosa en el cálculo.

3. TEORIA DE CONTRATOS

3.1. Introducción

La teoría del equilibrio general, si bien es uno de los logros más importantes del conocimiento económico, no cuenta con capacidad descriptiva para dar cuenta de importantes fenómenos reales. Tal es el caso de las situaciones en las cuales existe interacción estratégica entre los agentes, ya que los agentes en los modelos de equilibrio general interactúan únicamente a través del sistema de precios (a los que no pueden influenciar en los supuestos del modelo competitivo). Para abordar con mayor capacidad de explicación este tipo de modelos se sacrifica en enfoque de equilibrio general y se trabaja con modelos de equilibrio parcial, con las limitaciones analíticas que ello implica. Estas notas abordan los problemas que supone la existencia de asimetría de información, tema que se encuentra entre los descritos anteriormente3.

La Economía de la Información estudia las consecuencias de la existencia de asimetrías de información entre diversos agentes económicos, sobre la forma en que estos se organizan y sobre la eficiencia de la relación que estos establecen.

En especial nos centraremos en las situaciones en las que existe información asimétrica en una relación contractual, por lo que la teoría también se denomina Teoría de Contratos. La misma surge en la década de 1970, a la luz de la necesidad de introducir mayor realismo respecto de los modelos de equilibrio general, y tomando en cuenta especialmente las complejidades de las relaciones estratégicas entre agentes con información privada que se

[3] La existencia de incertidumbre se incorpora de forma directa al modelo de equilibrio general, no así la existencia de asimetrías de información.

encuentran en marcos institucionales bien definidos. Dicho esto, queda claro que la materia en cuestión descansa sobre los desarrollos de la Teoría de Juegos.

La Teoría de Contratos (o Economía de la Información) es básicamente un conjunto de herramientas para analizar situaciones con asimetría de información, por lo que definir su objetivo es en si mismo complicado. Se pueden mencionar algunas características:

- ✓ Son modelos de equilibrio parcial
- ✓ Describen la interacción entre un pequeño número de agentes (unos mas informados que otros)
- ✓ Los agentes se relacionan según unas ciertas restricciones impuestas por un cierto marco institucional a través de un contrato
- ✓ Los modelos utilizan la teoría de juegos con información asimétrica
- ✓ El proceso de negociación se simplifica en lo que se denomina el modelo principal – agente.

En términos generales, se puede clasificar los modelos en varias familias de acuerdo a dos criterios:

- ❑ En que radica la asimetría de información:
  - ✓ En lo que el agente hace (acción oculta)
  - ✓ En las características que el agente tiene (información oculta)

- ❑ La forma del juego:
  - ✓ La iniciativa pertenece a la parte informada
  - ✓ La iniciativa pertenece a la parte desinformada

De acuerdo a estos dos criterios, se obtiene una clasificación de los modelos principales (igualmente algunos modelos no encajan en esta clasificación)

- ✓ Modelos de Riesgo Moral (la parte desinformada mueve primero y está imperfectamente informada de la acción de la parte informada)
- ✓ Modelos de Selección Adversa (la parte desinformada mueve primero y está imperfectamente informada de las características de la parte informada)
- ✓ Modelos de Señalización (la parte informada mueve primero y la parte desinformada está imperfectamente informada de la acción de la parte informada)

Estos modelos permiten explicar un gran número de fenómenos económicos relacionados a la información.

En estas notas no se abordan temas más avanzados de la teoría de contratos, como ser la existencia de contratos incompletos.

3.2. Problema del Principal – Agente

Las situaciones que se analizarán tienen todas la participación de dos partes a las que denominaremos principal y agente, denominación poco feliz, traducción directa del inglés, pero usada en todos los textos por lo que no vale la pena cambiar. En el problema general hay una parte que contrata a otra para que realice un trabajo o tome ciertas decisiones. Al contratante se le llama principal y al contratado se le llama agente. Principal y agente pueden ser personas, instituciones u otros centros de decisión. El contrato tiene por objeto que el agente realice algo que beneficia al principal a cambio de un pago que dependerá de ciertas variables que son especificadas en el contrato. Se supone que el principal siempre diseña el contrato y se lo ofrece al agente. El agente estudia entonces los términos del contrato y decide entrar en la relación que le propone el agente o rechazarlo. Suponemos no existe la posibilidad de contraofertas del agente. Por lo tanto estamos suponiendo que el principal tiene todo el poder de negociación y define todos los términos de la futura relación contractual, y el agente solo puede aceptarla o rechazarla. El agente aceptará el contrato siempre que la utilidad que obtiene en caso de aceptar el contrato sea mayor a la que pueda garantizar si no firma el contrato – nivel que se denomina utilidad de reserva –.

El Modelo Principal – Agente es una simplificación que permite evitar la dificultad de asignar el poder de negociación a alguna de las partes. Una forma de ver el Modelo, es analizarlo como un juego de Stackelberg, dónde el líder (Principal) propone un contrato que el seguidor (Agente) solo puede aceptar o rechazar, pero no puede proponer un contrato nuevo.

El Modelo Principal – Agente tiene algunas justificaciones válidas, no obstante lo cual tiene cierta fragilidad en tanto los supuestos son muy restrictivos.

Los objetivos del principal y del agente tienen al menos algún grado de conflicto, lo que se traduce que lo que para uno es un costo para el otro es un beneficio. El esfuerzo que hace el agente beneficia al principal pero es costoso para éste; por otra parte el principal hace un pago al agente, lo que le significa un costo.

Un contrato es un compromiso creíble para ambas partes en el que se especifican las obligaciones de cada un todas las contingencias. El contrato solo puede estar basado en variables verificables (por parte de agentes ajenos a la relación contractual y que garanticen su cumplimiento). Si el contrato no es verificable, los participantes saben que la intervención de terceras partes es imposible y tendrán incentivo a violar el acuerdo.

El aspecto más interesante de los contratos es cuando existe información asimétrica, esto es cuando uno de los participantes conoce algo que el otro desconoce, y los intereses de los participantes está en conflicto. Si no hubiese conflicto de intereses la asimetría de información sería inocua ya que la información se transmitiría automáticamente. Dividimos este problema en tres:

3.3. Riesgo moral

Hay un problema de riesgo moral cuando la acción del agente no es verificable, o cuando el agente recibe información privada una vez iniciada la relación. En las situaciones con riesgo moral los participantes disponen de la misma información en el momento de establecer la relación, y la información asimétrica se deriva el hecho de que, con posterioridad a la firma del contrato, el principal no puede observar o no puede verificar la acción o el esfuerzo que el agente realiza (o al menos no puede verificarlo perfectamente). Los problema de riesgo moral se denominan también de acción oculta.

Lo usual al modelar el problema es suponer que el esfuerzo que el agente realiza después de firmar el contrato no es verificable y por lo tanto no es posible incluirlo en el contrato. La implicancia más importante de este hecho es que el pago al agente no puede realizarse en función del esfuerzo que éste realiza.

Ejemplo: Seguros

3.4. Selección adversa

Hay un problema de selección adversa cuando el agente dispone de información privada antes del inicio de su relación con el principal. En este problema, el principal puede verificar el comportamiento del agente dentro de la relación. Sin embargo la decisión óptima del principal dependerá del "tipo" de agente de que se trate. En este tipo de problemas la asimetría de información se refiere a las características del agente, y el principal sabe que puede ser de varios tipos, pero no puede distinguir de cual es. Los problema de selección adversa se denominan también de tipo oculto.

Ejemplos:

Seguros: Cuando un individuo concurre a contratar un seguro, la compañía de seguros no sabe que tipo de cliente es. Los clientes pueden ser de varios tipos, buenos conductores o malos conductores, pero la compañía no lo puede saber. Si la compañía lo supiera le ofrecería contratos distintos a cada tipo de clientes, pero no puede, ya que lo que declaren los individuos no es muy fiable.

Regulación: En el caso de un regulador que regula a una empresa de servicios públicos en un mercado que es un monopolio natural. El regulador buscará fijarle los precios de venta a la firma en un valor tal que ésta no haga ganancias (segundo ópitmo). Para ello requiere conocer los costos marginales, que pueden ser altos o bajos de acuerdo al nivel de eficiencia de la empresa. Esta información es conocida por la empresa (su eficiencia) y desconocida por el regulador.

Este ejemplo muestra que el concepto de contratos es más amplio que los contratos firmados entre dos partes. En el caso del regulador y la firma existe de hecho un contrato entre ambas sin un papel firmado.

El ejemplo clásico es el de los **autos usados** (*lemons*) planteado por Akerlov (1970). En el mercado de los autos usados hay autos en buen estado y cacharros o *lemons*. Los vendedores de autos conocen la calidad de los autos, pero los compradores no pueden observarlo hasta después de haber comprado el auto.

Suponga hay 100 autos de cada tipo. La demanda por autos usados es la siguiente:

$$Q = 150 - 0.005P \qquad (demanda\ de\ cahcarros)$$
$$Q = 180 - 0.005P \qquad (demanda\ de\ autos\ usados\ buenos)$$

Si los compradores pudieran reconocer la calidad de los autos, los dos mercados estarían en equilibrio y los precios serían 10.000 y 15.000 para cacharros y autos buenos respectivamente. Estos precios llevarían a una asignación con las propiedades de las asignaciones competitivas, esto es, eficiente en el sentido de Pareto.

Pero si los compradores no pueden distinguir entre los dos tipos de autos. En este caso no hay un precio que permita vender todos los automóviles de alta calidad. Piénsese que los compradores de automóviles no pueden distinguir si el auto es bueno o malo, y por lo tanto le asignará un valor equivalente a su disposición a pagar por cada uno ponderado por la probabilidad que considera existe de que el auto sea bueno o malo (si es neutro al riesgo). De esta forma, se llegará a un precio de mercado para todos los automóviles para el cual muchos oferentes de autos buenos decidirán no vender sus autos en la medida que el precio no es suficiente. En el extremo, los autos buenos desaparecerán del mercado, quedando solamente los autos malos. Se produce así una destrucción total o parcial del mercado de autos buenos. La asignación a la que se llega no es eficiente en la medida que muchas transacciones que se producirían en caso de que la información fuera simétrica, no se producen, y por lo tanto hay oportunidades de comercio desaprovechadas.

En términos generales, cuando hay asimetría de información y se generan situaciones de selección adversa, se produce una falla de mercado, lo que significa que la asignación de recursos que produce el mercado funcionando libremente no es eficiente.

3.5. Señalización

Se trata de una situación similar a la de selección adversa. La diferencia es que el agente al conocer su tipo puede enviar una señal al principal, antes de que este le ofrezca el contrato. Esta señal puede influir en la creencia del principal acerca del tipo de agente que es el agente.

Hay algunos ejemplos clásicos que muestran la existencia de señalización. En el mercado de trabajo, contar con estudios es considerado un hecho positivo a pesar de que no aporten conocimiento sobre el área específica del trabajo; en la calificación de las empresas, tener una estructura financiera prolija es bueno, a pesar de que no sea demasiado importante para determinar el valor de las empresas. La explicación viene por el lado de que los estudios o los ratios manejables de deuda/patrimonio son señales del tipo de trabajador o empresa de que se trata.

En algunos casos es el principal quien cuenta con información privada, y esta información es importante a la hora de aceptar o no el contrato. En esos casos el principal puede querer señalar su información a través de su comportamiento. Dado que lo único que hace el principal es diseñar el contrato, la información debe ser transmitida de alguna manera a través del contrato.

Ejemplo: electrodomésticos, aparentemente iguales pero que se venden a precios distintos. Los buenos son mas caros y con mayor garantía y los ordinarios más baratos y con menor garantía. A través de la información de precio y garantía el vendedor transmite información al comprador acerca de la calidad de su producto.

	Primer movimiento		Asimetría		Informado	
	Principal	Agente	Acción	Tipo	Principal	Agente
Riesgo Moral	*		*			*
Selección Adversa	*			*		*
Señalamiento		*		*		*
	*			*	*	

3.6. Diseño de Mecanismos y Problemas de Selección Adversa

El término selección adversa proviene del fenómeno descrito en el mercado de los seguros. En los seguros: si las empresas solo ofrecen tarifas basadas en el riesgo promedio entonces atraerán a los clientes de alto riesgo y perderán dinero. Para evitar este fenómeno, las empresas deben diseñar los contratos de forma tal de que los agentes revelen la información privada que poseen. El diseño de los contratos en el marco del Paradigma Principal – Agente da lugar a lo que se denomina Diseño de Mecanismos. Este es un tópico avanzado en economía, por lo que solamente se pretende introducir al estudiantes en el mismo. Por ello se analizará una aplicación particular a un problema de selección adversa (y con ciertas licencias en cuanto a algunos aspectos formales).

Supóngase hay dos tipos de consumidores de vino, uno que conoce las calidades de los vinos al que llamaremos sofisticado, y otro que no conoce tanto que llamaremos común. El supuesto es que el consumidor sofisticado está dispuesto a pagar más por el aumento en la calidad del vino que el común. El Principal (productor de vino) ofrece entonces dos tipos de vino, uno de mayor calidad a un mayor precio y otro de menor calidad a menor precio. Se trata de un modelo con diferenciación vertical y discriminación de precios de segundo grado. El asunto es diseñar un contrato (ofertas de calidad-precio) de modo de no incurrir en costos sociales demasiado altos).

El consumidor es un bebedor moderado que planea comprar solo una botella en el período de estudio. Su función de utilidad es $U = \theta q - t$ dónde q es la calidad del vino que compra, t es el precio que paga por el vino y theta es un parámetro positivo que indica el gusto por la calidad del vino que tiene el individuo. Se supone que para todo nivel de calidad el consumidor sofisticado está dispuesto a pagar más que el consumidor común por el mismo aumento en la calidad (En el problema general de diseño de mecanismos se denomina condición de Spence – Mirless). Esta condición es la que da al vendedor de vinos la esperaza de poder segmentar el mercado.

$$\forall \theta' > \theta \qquad U(q,\theta') - U(q,\theta)\, es\, crreciente\, en\, q$$

En este modelo hay dos valores posibles de theta: $\theta : \theta_1 < \theta_2$, que son el consumidor común y sofisticado respectivamente. La información es asimétrica y el consumidor sabe su tipo pero es desconocida por el productor. Este último conoce sin embargo la probabilidad de que el consumidor sea sofisticado, π, que es la proporción de consumidores sofisticados en la población (el Principal conoce la distribución de probabilidad de los tipos del Agente).

El Principal es un monopolista en el mercado de los vinos. Puede producir vinos de distintas calidades q, que van de cero a infinito, cuyo costo dependerá de la calidad (C(q)).

Si el Principal pudiese observar theta, maximizaría su utilidad resolviendo el siguiente programa (maximiza su utilidad restringido a que el agente quiera comprar vino):

$$\max_{q_i, t_i} (t_i - C(q_i))$$

$$sujeto\, a : \theta_i - t_1 \geq 0$$

El resultado es una discriminación perfecta en la que el productor extrae todo el excedente del consumidor. Los consumidores estarán separados, los sofisticados comprarán vino bueno y caro y los comunes comprarán vino malo y barato. Habrá dos tipos de contratos definidos por $\left(q_1^*, t_1^*\right)$ y $\left(q_2^*, t_2^*\right)$ entre el Vendedor y el consumidor común y sofisticado respectivamente.

No obstante, el caso interesante es aquel en que el principal no conoce el tipo de agente por lo que la discriminación perfecta es imposible. Si el vendedor ofrece los dos contratos anteriores, el consumidor sofisticado no comprará vino caro sino barato ya que por la condición de Spence – Mirless

$$\theta_2 q_1 - t_1 = (\theta_2 - \theta_1) q_1 > 0 = \theta_2 q_2^* - t_2^*$$

con lo que los dos tipos de consumidores van a estar comprando los vinos que comprarían los compradores comunes en la situación anterior.

Por lo tanto el vendedor tratará de ofrecer otro contrato mejor. El mejor contrato que pude ofrecer es el que surge de resolver el siguiente programa:

$$\begin{aligned}
&\max_{t_1, q_1, t_2, q_2} \left\{\pi\left[t_1 - C(q_1)\right] + (1-\pi)\left[t_2 - C(q_2)\right]\right\} \\
&s.a. \\
&\theta_1 q_1 - t_1 \geq \theta_1 q_2 - t_2 \qquad (IC_1) \\
&\theta_2 q_2 - t_2 \geq \theta_2 q_1 - t_1 \qquad (IC_2) \\
&\theta_1 q_1 - t_1 \geq 0 \qquad (IR_1) \\
&\theta_2 q_2 - t_2 \geq 0 \qquad (IR_2)
\end{aligned}$$

Las primeras dos restricciones se conocen como restricciones de compatibilidad de incentivos (incentive compatibility constraints), e indican que cada comprador debe elegir el contrato que el vendedor hace para ellos. El consumidor de tipo común preferirá el contrato consistente en una calidad y precio bajo porque dado su tipo, esto le genera mayor utilidad que tomar el contrato de calidad y precio alto. Similar razonamiento se aplica al consumidor sofisticado con el otro contrato.

Las segundas dos restricciones se conocen como de racionalidad individual. Las mismas aseguran que los compradores estarán dispuestos a aceptar el contrato que se les ofrece, dado que les genera una utilidad positiva. Recuerde que en el marco del paradigma de Principal – Agente el comprador no está posibilitado de hacer contraofertas (acepta o rechaza el contrato).

Se demuestra (no lo haremos acá) que:

- ✓ IR1 está activa y que IR2 no lo está. Esto quiere decir que la preocupación en cuanto a la participación debe estar centrada en el consumidor común y no en el sofisticado. Dicho de otro modo, si las condiciones están dadas para que el consumidor común participe, también lo estarán para que el consumidor sofisticado lo haga.
- ✓ IC2 está activa y que IC1 no lo está. Esto quiere decir que si el contrato garantiza que el consumidor sofisticado elige el contrato que está diseñado para él, entonces el consumidor común no elegirá el contrato diseñado para el consumidor sofisticado.
- ✓ $q_2 \geq q_1$, esto quiere decir que la calidad elegida por el consumidor sofisticado será siempre mayor que la calidad elegida por el consumidor común.
- ✓ $q_2 = q_2^*$ El consumidor sofisticado elige siempre la calidad eficiente.

La resolución del programa da por resultado un par de contratos que el vendedor ofrecerá a los compradores, contratos éstos que harán que ambos compren (participen) y que hará además que revelen su información privada, eligiendo cada uno el contrato que fue diseñado para él. Dentro de los contratos que cumplen con estas dos propiedades, el ofrecido es aquel que maximiza la utilidad del vendedor.

El par de contratos son:

$$t_1 = \theta_1 q_1$$
$$t_2 = \theta_1 q_1 + \theta_2 (q_2^* - q_1)$$

El resultado no es eficiente en el sentido de Pareto ya que el comprador común no consume la calidad óptima, sino que consume una calidad menor. El consumidor sofisticado si consume la calidad óptima. (la calidad óptima es la que consumirían en caso de que no existiese asimetría de información). Esto se debe, a que si el vendedor ofrece una calidad mayor al comprador común, el comprador sofisticado compraría esta calidad y no la que corresponde al contrato diseñado para él.

Se puede demostrar que el contrato ofrecido al consumidor sofisticado le genera un nivel de utilidad positivo. Este hecho es interesante en tanto la forma del modelo (principal – agente) supone que todo el poder de negociación lo tiene el principal (si tiene todo el poder de negociación debería conducirlo a extraer todo el excedente al consumidor); la razón por la no puede extraer toda la renta al agente es que este tiene información privada que el principal no conoce; extaer esta información es costoso para el principal; la renta que obtiene el agente se denomina renta informacional.

La renta informacional es un concepto fundamental en los modelos de selección adversa. El consumidor sofisticado la obtiene porque siempre puede fingir ser un consumidor común y obtener una utilidad positiva consumiendo el vino de menor calidad y precio. El consumidor común, no gana nada fingiendo ser sofisticado ya que obtendría una utilidad negativa.

Al extender este modelo y admitir la posibilidad de que existan muchos tipos de agentes, se extren las siguientes conclusiones:

- ✓ El agente de tipo mayor, obtiene una asignación eficiente.
- ✓ Todos los tipos, salvo el mayor obtienen una asignación ineficiente.
- ✓ Todos los agentes, salvo el de tipo más bajo, son indiferentes entre su contrato y el inmediatamente inferior.
- ✓ Todos los agentes, salvo el de tipo más bajo, obtienen una utilidad positiva, su renta informacional, la que es creciente con su tipo.
- ✓ El agente de tipo más bajo no obtiene renta informacional.

4. REFERENCIAS

Akerlov, G. The Market for Lemons: Quality Uncertainty and the Market Mechanism. *Quarterly Journal of Economics, agosto 1970.*
Demange, G. Y Ponssard, J. Theorie des jeux et analyse economique. *Presses Universitaires de France. 1994*
Eichberger, J. Game Theory for Economists. *Academic Press, Inc. 1993.*
Fundenberg y Tirole. Game Theory. *MIT Press.1992.*
Gibbons. Un primer curso de teoría de juegos. *Antoni Bosh, 1993.*
Kreps. A course in Microeconomic theory. *Princeton.*
Macho Stadler, I y Pérez Castrillo, D Introducción a la Economía de la Información. *Ariel Economía. 1994.*
Mas-Collel, Whinston y Green. Microeconomic Theory. *Oxford University Press.*
Nicholson, W. Teoría Microeconómica. Sexta Edición. McGraw-Hill
Salanier, B The Economics of Contracts, A Primer. *The MIT Press, 1988.*
Tirole, J. The Theory of Industrial Organisation.. *The MIT Press. 1988.*
Varian. Microeconomía intermedia. *Antoni Bosh*
Von Neumann, J y Morgenstern, O. The Theory of Games and Economic Behavior. *Princeton University Press, 1944.*